Übung 4

(Ausgabe: 10.11.2015, Abgabe: 17.11.2015)

Übungsaufgaben (zulassungsrelevant)

<u>Aufgabe 1:</u> Elektrisches Quadrupolmoment eines Ellipsoids *(8 Punkte)*

Berechnen Sie das elektrische Quadrupolmoment eines homogen geladenen Ellipsoids mit großer Halbachse a und kleiner Halbachse b! Das Ellipsoid wird durch folgende Gleichung beschrieben:

$$\frac{x^2 + y^2}{a^2} + \frac{z^2}{b^2} = 1.$$

Nehmen Sie die z-Achse als ausgezeichnete Achse an.

(**Hinweis**: Das Problem lässt sich durch folgende Substitution wesentlich vereinfachen:

$$\alpha = \frac{x}{a}, \beta = \frac{y}{a} \text{und } \delta = \frac{z}{b}.$$

Es gilt: $\alpha^2 + \beta^2 + \delta^2 = 1$ und $dxdydz = a^2 b\ d\alpha d\beta d\delta$. Anschließend bietet sich der Übergang in Polarkoordinaten an.)

<u>Aufgabe 2:</u> Magnetisches Moment des Protons und Neutrons *(13 Punkte + 5 Zusatzpunkte)*

Nehmen Sie an, dass das magnetische Moment des Protons durch die Rotation einer positiven, sphärischen, homogenen Ladungsverteilung ρ(r) mit Radius *R* und Winkelgeschwindigkeit ω um ihre Symmetrieachse beschrieben werden kann.

a) Zeigen Sie, indem Sie über die Ladungsverteilung integrieren, dass

$$\mu = \frac{e\omega R^2}{5}!$$

(**Hinweis:** Zum Lösen des Integrals dürfen Sie auch ein Computerprogramm nutzen. Bitte geben Sie jedoch die grundlegenden Ideen an. Wählen Sie ω entlang der z-Achse und lösen Sie das Integral in Kugelkoordinaten. Erinnerung: $\vec{\mu} = \frac{1}{2}\int d^3\mathrm{r}\ \ [\vec{r} \times \vec{j}]$, $\vec{j} = \rho(\vec{\omega} \times \vec{r})$, $\vec{a} \times \vec{b} \times \vec{c} = \vec{b}(\vec{a}\vec{c}) - \vec{c}(\vec{a}\vec{b})$.) *(6 Punkte)*

b) Zeigen Sie, indem Sie den klassischen Zusammenhang zwischen Drehimpuls l und Winkelgeschwindigkeit ω nutzen, dass:

$$\omega R^2 = \frac{l}{0.4\ m_p}!$$

(**Hinweis**: Nehmen Sie das Trägheitsmoment einer homogenen Vollkugel an.) *(2 Punkte)*

(Bitte wenden)

c) Nutzen Sie die Formeln aus a) und b), um das aus der Vorlesung bekannte Ergebnis

$$\mu_p = \frac{e\hbar}{2m_p} \cdot m_l$$

zu zeigen! *(2 Punkte)*

In der Vorlesung haben Sie gelernt, dass die g-Faktoren für Proton und Neutron von den klassischen Erwartungen abweichen. Dies ist bereits ein Hinweis auf eine Substruktur der Nukleonen. Nehmen Sie im Folgenden für Proton und Neutron l=0 an.

d) Zeigen Sie für das magnetische Moment des negativen Pions π^- ($m_{\pi^-} = 139.57\ \mathrm{MeV}/c^2$) in Einheiten des magnetischen Momentes des Protons, indem Sie l=1 für das Pion setzen:

$$\mu_{\pi^-} = -2.4\,\mu_p!$$ *(3 Punkte)*

e) Nehmen Sie an, dass das Neutron als ein System aus reinem Dirac-Teilchen, d.h. g_s=0 und einem System aus Proton und negativen Pion, d.h. n=p+π^-, verstanden werden könnte. Zeigen Sie mit dem Wissen aus der Vorlesung (μ_n = -0.685 μ_p), dass unter dieser Annahme das Neutron zu 51% ein Dirac-Teilchen wäre und zu 49% als p+π^--System zu verstehen wäre! *(5 Zusatzpunkte)*

<u>Aufgabe 3:</u> Grundlegende Eigenschaften des Atomkerns *(9 Punkte)*

a) Wie bestimmt sich der Kernspin des Grundzustands von Atomkernen? *(3 Punkte)*

b) Nennen Sie verschiedene Arten von statischer Kerndeformation! Wie lässt sich die Deformation eines Atomkerns experimentell bestimmen? *(3 Punkte)*

c) Haben Atomkerne tendenziell eher einen Neutronen- oder einen Protonenüberschuss? Begründen Sie Ihre Antwort! *(3 Punkte)*