Übung 3

(Ausgabe: 23.10.2014 in der Vorlesung, Abgabe: 28.10.2014 in den Übungen)

Übungsaufgaben (werden korrigiert und bewertet, zulassungsrelevant.)

- **Aufgabe 1: Weizsäcker'sche Massenformel und Nuklidkarte *(9 Punkte)***

Betrachten Sie eine Gruppe von Atomkernen mit fester Massenzahl *A* (Isobare).

a) Berechnen und skizzieren Sie die Masse dieser Atomkerne in Abhängigkeit der Kernladungszahl *Z* für gerade bzw. ungerade Massenzahl! Wie viele stabile isobare erwarten Sie in jedem dieser Fälle? (**Tipp:** Berücksichtigen Sie bei Ihrer Diskussion die Paarungsenergie für gg-, ug/gu- und uu-Kerne. Setzen Sie z.B. *A*=125 und *A*=128.) *(3 Punkte)*

b) Berechnen Sie aus der Massenformel des Tröpfchenmodells die Ladungszahl Z_0, bei der ein Kern der Massenzahl *A* die geringste Kernmasse m(Z_0,*A*) hat. Skizzieren Sie den Verlauf in einem (*Z,N*)-Diagramm und vergleichen Sie diesen mit der Lage der stabilen Isobare in der Nuklidkarte! *(4 Punkte)*

c) Bei welcher Ladungszahl Z_0 erwartet man die stabilen Isobare der Massen *A*=8, *A*=20 und *A*=180 für die in **b)** berechnete Formel? Vergleichen Sie Ihre Vorhersage mit der Nuklidkarte! *(2 Punkte)*

- **Aufgabe 2: Proton- und Neutronseparationsenergien *(13 Punkte)***

Die Proton- und Neutronseparationsenergien können wie folgt berechnet werden:

$$S_n = B\left({}^{A}_{Z}X_N\right) - B\left({}^{A-1}{}_{Z}X_{N-1}\right),$$
$$S_p = B\left({}^{A}_{Z}X_N\right) - B\left({}^{A-1}_{Z-1}X_N\right).$$

a) Berechnen Sie mit der Weizsäcker'schen Massenformel die Proton- und Neutronseparationsenergie für ^{16}O, ^{17}O, ^{17}F, ^{40}Ca, ^{41}Ca, ^{41}Sc! *(6 Punkte)*

b) Was lernen Sie über die Bindungsenergie des letzten Protons und Neutrons, wenn Sie die Spiegelkerne (^{17}O, ^{17}F) mit ^{16}O und (^{41}Ca, ^{41}Sc) mit ^{40}Ca vergleichen? (**Hinweis:** Spiegelkerne haben die gleiche Massenzahl, aber eine vertauschte Proton-Neutron Zahl.) *(2 Punkte)*

c) Was fällt Ihnen auf, wenn Sie die Neutronseparationsenergie vom ${}^{A}_{Z}X_N$-Kern mit der des ${}_{Z+1}^{A}X_N$-Kernes und die Protonseparationsenergie des ${}^{A}_{Z}X_N$-Kernes mit der des ${}^{A}_{Z}X_{N+1}$-Kernes vergleichen? *(2 Punkte)*

d) Was fällt Ihnen auf, wenn Sie die jeweiligen Separationsenergien für ^{16}O vergleichen? Wie sieht es in ^{40}Ca aus? Lässt sich die Beobachtung intuitiv erklären? *(3 Punkte)*

- **Aufgabe 3: Elektrisches Quadrupolmoment eines Ellipsoids *(8 Punkte)***

Berechnen Sie das elektrische Quadrupolmoment eines homogen geladenen Ellipsoids mit großer Halbachse *a* und kleiner Halbachse *b*! Das Ellipsoid wird durch folgende Gleichung beschrieben:

$$\frac{x^2+y^2}{a^2} + \frac{z^2}{b^2} = 1.$$

Nehmen Sie die z-Achse als ausgezeichnete Achse an.

(Bitte wenden)

- **<u>Bonusaufgabe:</u> Mott-Streuung und Polarisationsmessung *(5 Bonuspunkte)***

In der Vorlesung haben Sie die Mott-Streuung als Korrektur zur Rutherfordstreuung für Teilchen mit Spin und $\beta \sim 1$ kennengelernt. In dieser Aufgabe wollen wir die Spinabhängigkeit des Mott-Wirkungsquerschnitts an einem nicht spinlosen Target ^{197}Au untersuchen. Diese Abhängigkeit wird für sogenannte Mott-Polarimeter genutzt, um den Polarisationsgrad von Elektronenstrahlen zu bestimmen.
Die Korrektur zum Mott-Wirkungsquerschnitt sieht in diesem Fall für einen transversal-polarisierten Elektronenstrahl wie folgt aus:

$$\left(\frac{d\sigma}{d\Omega}\right)_{Mott}(\theta,\varphi) = \left(\frac{d\sigma}{d\Omega}\right)_{Mott}(\theta)\cdot(1+A_0) = \left(\frac{d\sigma}{d\Omega}\right)_{Mott}(\theta)\cdot(1+P\cdot S(\theta)\cdot sin\varphi),$$

dabei ist $\left(\frac{d\sigma}{d\Omega}\right)_{Mott}(\theta)$ der Mott-Wirkungsquerschnitt wie Sie ihn aus der Vorlesung kennen, φ entspricht dem Azimutalwinkel, P dem Polarisationsgrad des Strahles, sowie S der sogenannten Sherman-Funktion, die die spinabhängige Asymmetrie angibt. Letztere kann aus theoretischen Rechnungen abgeleitet werden, was jedoch nicht Ziel dieser Aufgabe ist. Die Polarisation P des Elektronstrahles kann nun aus der gemessenen Asymmtrie A:

$$A = \frac{(N_l-N_r)}{(N_l+N_r)},$$

und der theoretisch-berechneten Sherman Funktion S bestimmt werden, in dem die mit verschiedenen Gold-Foliendicken gemessene Asymmetrie zu Null, d.h. A_0, extrapoliert wird. Dazu folgender am supraleitenden Elektronenbeschleuniger S-DALINAC in Darmstadt gemessener Datensatz für zwei Detektoren mit Zählraten N_l und N_r unter θ=120°, $\Delta\varphi$=180° (Quelle: https://accelconf.web.cern.ch/accelconf/e08/papers/tupd022.pdf (2014)):

Foliendicke *d* [nm]	Δ*d* [nm]	Asymmetrie *A*	Δ*A*
48	3	0.113	0.004
60	5	0.103	0.004
125	10	0.083	0.004
200	50	0.058	0.003
500	100	0.032	0.002

Folgende empirische Funktionen wurden vorgeschlagen, um die Asymmetrie zu beschreiben:

$$f(d) = a + b\cdot e^{-c\cdot d}, \qquad (1)$$
$$g(d) = \frac{a}{(1+b\cdot d)}. \qquad (2)$$

Passen Sie diese Funktionen an die gemessenen Datenpunkte an. Geben Sie die Unsicherheiten der Parameter, sowie das reduzierte χ^2 an. Welche Funktion beschreibt die Datenpunkte besser? Bestimmen Sie für einen Wert von S(120°)=-0.391 der Sherman-Funktion die Polarisation des Elektronenstrahls.

Einfache Fragen (Diskussionsbasis – unbewertet, werden nicht korrigiert)

- **<u>Frage 1:</u>**
  Skizzieren Sie die Bindungsenergie pro Nukleon eines Atomkernes! In welchem Massenbereich lässt sich Energie durch Fusion bzw. durch Spaltung gewinnen?
- **<u>Frage 2:</u>**
  Nennen Sie verschiedene Arten von statischer Kerndeformation! Wie lässt sich die Deformation eines Atomkernes experimentell bestimmen?