



## Übungsblatt IV

### Hinweise

- Ausgabe: 02.05.2018
- Abgabe bis 09.05.2018, 13:59 Uhr, Briefkasten Institut für Kernphysik
- Besprechung: 16.05.2018

### Einfache Fragen

Bitte beachten Sie die auf [Ilias](#) zur Verfügung gestellten Quizfragen zu jedem Kapitel der Vorlesung. Diese sind prüfungsrelevant. Fragen zum Kernphysik-Quiz können innerhalb der Übungsgruppe besprochen werden.

### Aufgabe I: Elektrisches Quadrupolmoment eines Ellipsoids

Das elektrische Quadrupolmoment eines Atomkerns ist ein Hinweis auf dessen Deformation. So wissen Sie bereits aus der Vorlesung, dass für  $Q > 0$  ein Kern prolat (zigarrenförmig) und für  $Q < 0$  oblat (diskusförmig) deformiert ist. Berechnen Sie das elektrische Quadrupolmoment

$$Q_z = \int d^3r \rho(\vec{r})(3z^2 - r^2)$$

eines homogen geladenen ( $\rho(\vec{r}) = \rho$ ) Ellipsoids mit großer Halbachse  $a$  und kleiner Halbachse  $b$ ! Das Ellipsoid wird durch folgende Gleichung beschrieben:

$$\frac{x^2 + y^2}{a^2} + \frac{z^2}{b^2} = 1.$$

Nehmen Sie die  $z$ -Achse als ausgezeichnete Achse an.

4 Pkt.

*Hinweis: Das Problem lässt sich durch folgende Substitution wesentlich vereinfachen:*

$$\alpha = \frac{x}{a}, \beta = \frac{y}{a}, \delta = \frac{z}{b}$$

*Es gilt:  $\alpha^2 + \beta^2 + \delta^2 = 1$  und  $dxdydz = a^2bd\alpha d\beta d\delta$ . Beachten Sie, dass Sie durch den Wechsel in Polarkoordinaten die Rechnung wesentlich vereinfachen können.*

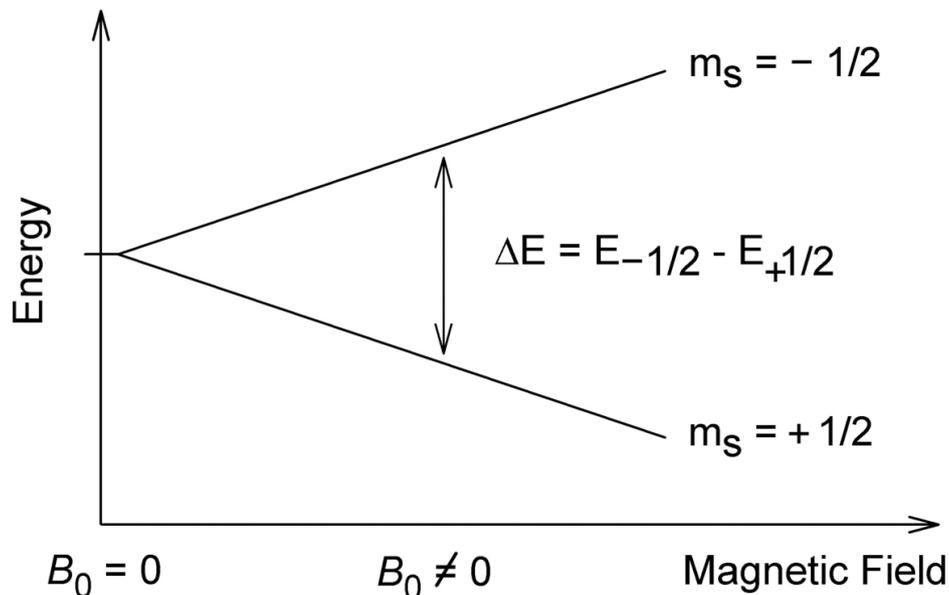
## Aufgabe II: Kernspinresonanz von $^{185}\text{Re}$

In einem NMR-Experiment soll das magnetische Moment von  $^{185}\text{Re}$  bestimmt werden. Hierzu werden die atomaren Energieniveaus in einem sehr starken äußeren Magnetfeld ( $B = 1\text{ T}$ ) aufgespalten und die Absorption eingestrahelter Hochfrequenzstrahlung wird vermessen. Wenn die Frequenz gerade der Aufspaltung zwischen den Hyperfeinstrukturzuständen entspricht, steigt die Absorption stark an (Resonanz).

- a) Das Experiment zeigt eine starke Resonanz bei einer Frequenz von 819 kHz. Leiten Sie aus diesem Ergebnis den g-Faktor für den Grundzustand des Kerns  $^{185}\text{Re}$  ab! 2 Pkt.
- b) Die Hyperfeinstrukturzustände von  $^{185}\text{Re}$  werden jeweils in 6 Unterniveaus aufgespalten. Was können Sie hieraus für den Kernspin folgern? Bestimmen Sie mit Hilfe des Ergebnisses aus Aufgabe a) außerdem das magnetische Moment von  $^{185}\text{Re}$  in Einheiten des nuklearen Magnetons  $\mu_K$ . 2 Pkt.

## Aufgabe III: Sensitivität der Kernspinresonanz

Bei der NMR-Methode nutzt man die Aufspaltung der Energieniveaus nach der m-Quantenzahl in einem homogenen Magnetfeld. Die Zustände sind hierbei nach Boltzmann verteilt.



Berechnen Sie die relativen Besetzungszahlen der beiden Zustände für Protonen ohne Bahndrehimpuls  $J = 1/2$  bei einer Körpertemperatur von  $36\text{ }^\circ\text{C}$  und einer Magnetfeldstärke von  $1\text{ T}$ . Wie sensitiv muss eine Messung sein, damit Sie mit Hilfe von NMR eine erhöhte Körpertemperatur von  $41\text{ }^\circ\text{C}$  nachweisen können? 4 Pkt.

## Aufgabe IV: Molekülstrahlexperiment nach Rabi

Werten Sie das folgende Molekülstrahl-Experiment aus. Es handelt sich um die Originaldaten aus I.I. Rabi et al., *Phys. Rev.* 53, 318 (1938). Es wurde ein Lithium-Chlorid-Strahl verwendet. Die notwendigen Daten und Parameter finden Sie in der Abbildung. Nehmen Sie im Folgenden an, dass Lithium zu 100% aus  ${}^7\text{Li}$  mit Kernspin  $I = 3/2$  besteht.

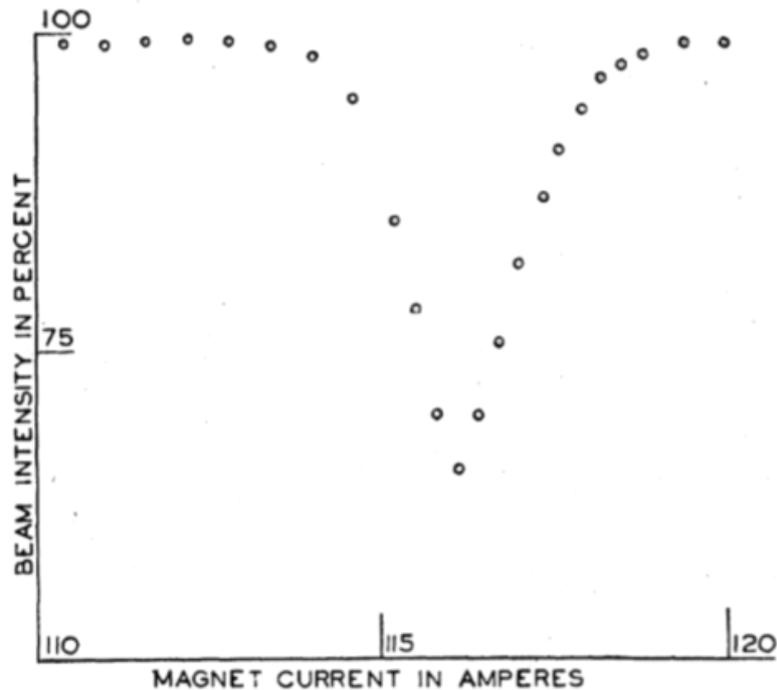


FIG. 1. Curve showing refocused beam intensity at various values of the homogeneous field. One ampere corresponds to about 18.4 gauss. The frequency of the oscillating field was held constant at  $3.518 \times 10^6$  cycles per second.

- Erklären Sie qualitativ das Messergebnis! Sieht man nur die in der Abbildung dargestellte Resonanzfrequenz? 2 Pkt
- Berechnen Sie den  $g_I$ -Faktor und das magnetische Moment  $\mu$  in Einheiten von  $\mu_K$  für  ${}^7\text{Li}$ ! Wieso verwendet Rabi in seinem Experiment einen LiCl-Strahl und nicht etwa einen  ${}^7\text{Li}$ -Atomstrahl oder einen  ${}^7\text{Li}$ -Ionenstrahl? 4 Pkt
- Könnte man auch das Magnetfeld  $B$  festhalten und die Frequenz der eingestrahlten Hochfrequenz variieren, um  $g_I$  und  $\mu$  zu bestimmen? Wieso geht die Intensität im Minimum nicht auf 0 zurück? 2 Pkt