



Teil I: MECHANIK

12.10.2010

1. Einführung, Messungen, Maßeinheiten

1.1 Physik

Das Wort „Physik“ wird vom griechischen Wort für „Ursprung, Naturordnung“ abgeleitet. Die Physik ist die Basis aller Naturwissenschaften. Sie versucht Modelle für die Natur aufzustellen und diese zu verifizieren.

1.2 Theorie und Experiment

Beobachtung:



Körper auf ebener Fläche
erhält einen Stoß

- Aristoteles (384-322 v. Chr.)

Körper wird mit der Zeit immer langsamer

↘ Ruhe ist der natürliche
Zustand eines Körpers

- Galileo Galilei (1564 - 1642)

user: galileo
pw: galilei

Ohne Reibung würde der Körper sich endlos weiterbewegen.

↳ Bewegung ist ebenso ein natürlicher Zustand

→ moderne Bewegungstheorie

Aber: Galileo konnte diese Hypothese nicht überprüfen!

Erst durch experimentelle Überprüfung wird eine Hypothese zu einer fundierten Theorie.

THEORIE ↔ EXPERIMENT

Erkenntnisgewinn

1.3 Messungen

Jede Messung ist mit Messfehlern verbunden

- Statistische Fehler

(werden kleiner durch oftmaliges Wiederholen der Messung)

- Systematische Fehler

(z.B. durch falsch geeichtes Messgerät)

Messfehler definieren auch die Anzahl signifikanter Stellen

z.B.: Länge eines Rechtecks = $4,6 \text{ cm} \pm 0,1 \text{ cm}$

Breite eines Rechtecks = $2,3 \text{ cm} \pm 0,1 \text{ cm}$

↳ Fläche $A = 4,6 \text{ cm} \times 2,3 \text{ cm} = 10,58 \text{ cm}^2 \pm 0,14 \text{ cm}^2$

↳ $A = (10,6 \pm 0,1) \text{ cm}^2$

1.4 Maßeinheiten

1.4.1 Das SI-System (Système International d'Unités)

Grundgrößen	Länge	Meter	m
	Zeit	Sekunde	s
	Masse	Kilogramm	kg
	Stoffmenge	Mol	mol
	Temperatur	Kelvin	K
	Elektrischer Strom	Ampere	A
	Lichtstärke	Candela	cd

1.4.2 Das Meter (m)

- 1790: $\frac{1}{10.000.000}$ · (Abstand Äquator – Pol)

Platinstab für praktische Anwendungen

- 1889: Abstand zwischen zwei Markierungen auf einem Pt-Ir-Stub („Urmetre“)

Platin Iridium

- 1960: $1 \text{ m} \hat{=} 1.650.763,76$ · Wellenlänge einer orangenen Linie von Krypton-86

- 1983: $1 \text{ m} \hat{=}$ Wegstrecke, die Licht im Vakuum in einer Zeit von $\frac{1}{299.792.458} \text{ s}$ zurücklegt.

(Lichtgeschwindigkeit $c \sim 3 \times 10^8 \frac{\text{m}}{\text{s}}$)

Beispiele:

Radius	Elektron	$< 10^{-18} \text{ m}$	
Radius	Proton, Neutron	10^{-15} m	(fm „Femtometer“)
Radius	H-Atom	10^{-10} m	(Å „Angström“)
Länge	Virus	10^{-8} m	
mittl. Abstand	Luftmoleküle	10^{-6} m	(µm „Mikrometer“)
Erdradius		$6,4 \times 10^6 \text{ m}$	
Abstand Erde-Sonne		$1,5 \times 10^{11} \text{ m}$	
nächster Stern		$4 \times 10^{16} \text{ m}$	
Durchmesser Milchstraße		$3 \times 10^{20} \text{ m}$	

1.4.3 Die Sekunde (s)

13.10.2010

- ab ca. 17. Jahrhundert

$$1 \text{ s} = \frac{1}{86.400} \text{ eines mittleren Sonnentages}$$

(Schwankungen im ms-Bereich pro Tag)

$$\Delta t / t \sim 10^{-7}$$

- 1967: $1 \text{ s} = 9.192.631.770$ Schwingungen einer Resonanz im Cäsium

$$(\text{Abweichung: } < \frac{1}{3 \times 10^{10}} \text{ s pro Jahr } \Delta t / t \lesssim 10^{-14})$$

(Eine Quarzuhr schneft $\sim 10^{-9}$)

Beispiele:

Planck - Zeit	10^{-43} s	
Laufzeit Licht im Hörn	$\sim 10^{-8} \text{ s}$	
! 1 Jahr	$\sim \pi \times 10^7 \text{ s}$	
Alter der Erde	$\sim 10^{17} \text{ s}$	($\sim 5 \times 10^9 \text{ Jahre}$)
Lebensdauer Bismuth	$6 \times 10^{26} \text{ s}$	
Lebensdauer Proton	$> 10^{39} \text{ s}$	

1.4.4 Das Kilogramm

1889: Urkilogramm 39 mm hoher Zylinder
39 mm Durchmesser
aus 90 % Platin 10 % Iridium

Abweichungen im $50 \mu\text{g}$ - Bereich

↙ neuer Standard wird derzeit gesucht

→ „Watt-Waage“ (Gewicht kompensiert durch elektromagnetische Kraft)

„Avogadro-Projekt“ (Bestimme Anzahl Atome in Si-Kugel)

Beispiele:

m (Elektron)	$9 \times 10^{-31} \text{ kg}$
$\frac{1}{12} m(^{12}\text{C}) := 1 \mu$	$1,66 \times 10^{-27} \text{ kg}$
m (UranKern)	$4 \times 10^{-25} \text{ kg}$
Batterie, Staubkorn	10^{-11} kg
Fliege	10^{-3} kg
Kleiner Berg	10^{12} kg
Erde	$6 \times 10^{24} \text{ kg}$
Bekanntes Universum	$\sim 10^{54} \text{ kg}$

2. Bewegungen in einer Dimension

(Bewegung eines Massepunktes entlang einer Gerade)

2.1 Ort und Weg

Bei eindimensionaler (1D) Bewegung: x -Achse $\hat{=}$ Gerade

Der Ort eines Massepunktes ist dann zu jedem Zeitpunkt gegeben durch die x -Koordinate:

$$x(t) \text{ oder } s(t)$$

Der Weg verbindet einen Ort s_1 mit einem Ort s_2 und hat sowohl einen Betrag wie eine Richtung:

$$\Delta s = s_2 - s_1 \quad (\text{Kann negativ sein})$$

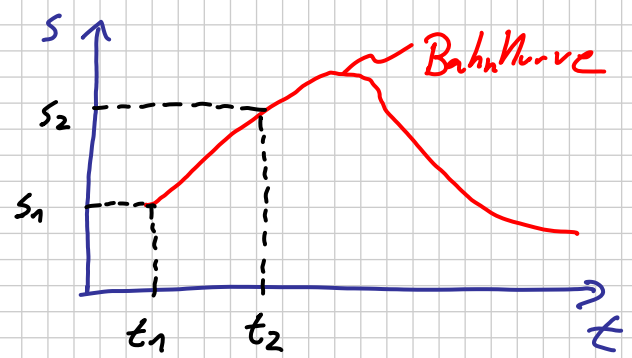
2.2 Geschwindigkeit

- Durchschnittsgeschwindigkeit:

$$\bar{v} = \frac{s(t_2) - s(t_1)}{t_2 - t_1} = \frac{\Delta s}{\Delta t}$$

$\bar{v}$ kann negativ sein.

Die Einheit von $\bar{v}$ ist $\frac{m}{s}$

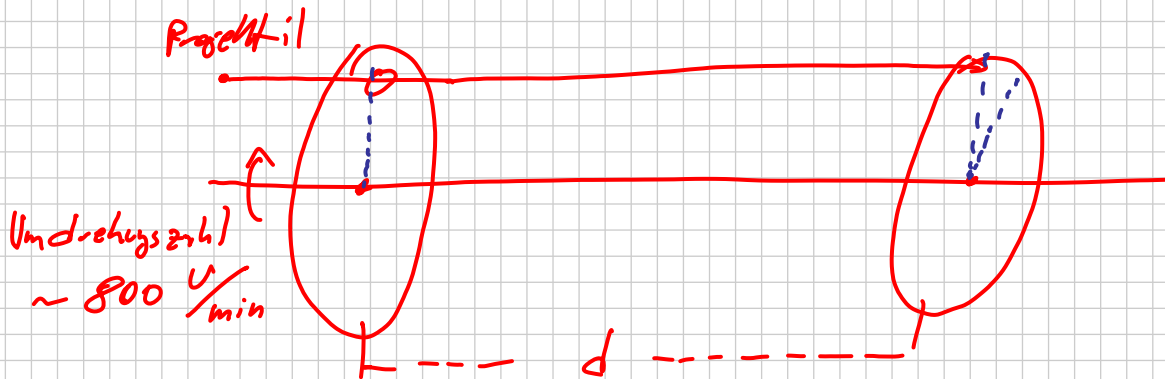
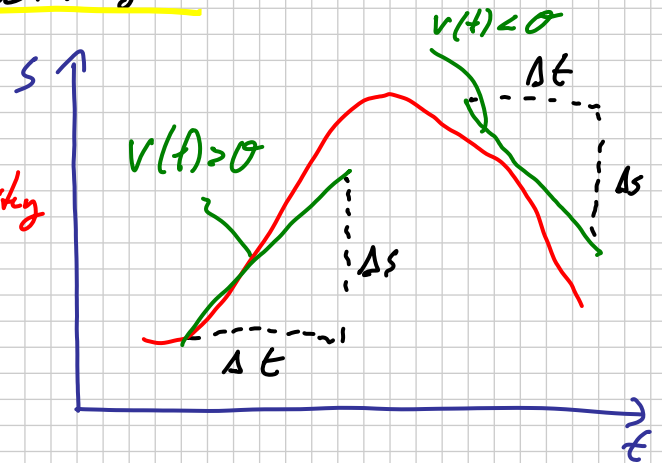


- Momentangeschwindigkeit $\equiv$ Geschwindigkeit

$$v = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta s(t)}{\Delta t} \equiv \frac{d}{dt} s(t)$$

$$\equiv \frac{ds}{dt} \equiv \dot{s}(t) \quad \leftarrow \text{Zeitableitung}$$

$\hat{=}$ Steigung der Bahnkurve
(Tangente an die Bahnkurve)



1 volle Drehung = 360° benötigt $t_v = \frac{1}{800 \text{ U/min}} \cdot 60 \frac{s}{min}$

Drehung um $\alpha \rightarrow \frac{t}{s} = \frac{\alpha}{360^\circ} \cdot t_v$

Geschwindigkeit $v_{proj} = \frac{d}{t}$

2.3 Beschleunigung

analog zur Definition von $\bar{v}$ und v :

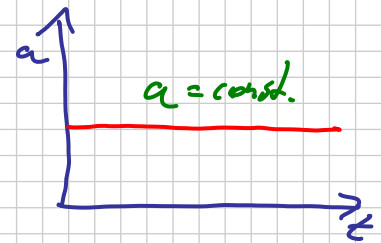
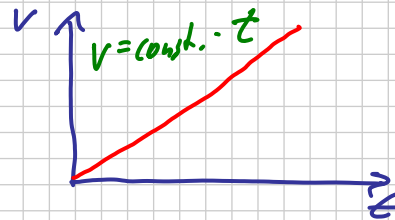
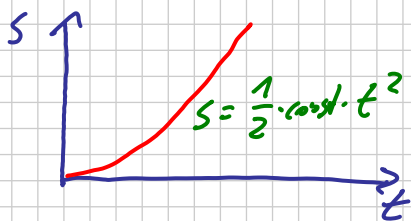
$$\bar{a} = \frac{v(t_2) - v(t_1)}{t_2 - t_1}$$

$$a = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta v(t)}{\Delta t} \equiv \frac{d}{dt} v(t) \equiv \frac{dv}{dt} \equiv \dot{v}(t)$$

$$= \frac{d}{dt} \left(\frac{d}{dt} s(t) \right) \equiv \frac{d^2}{dt^2} s(t) \equiv \ddot{s}(t)$$

a kann negativ sein.

Die Einheit von a ist $\frac{m}{s^2}$



2.4 Gleichmäßig beschleunigte Bewegung

$$a(t) = \dot{v}(t) \stackrel{!}{=} \text{const.} \equiv a = \frac{dv}{dt}$$

Differentialgleichung erster Ordnung

$$dv = a \cdot dt \quad \rightarrow \quad \int_{v_0}^v dv = \int_{t_0}^t a \, dt$$

$$\rightarrow v - v_0 = a \cdot (t - t_0)$$

$$\text{für } t_0 = 0: v - v_0 = a \cdot t$$

$\Leftrightarrow$

$$v(t) = v_0 + a \cdot t$$

[2-1]

- Für den Ort:

$$\frac{ds}{dt} = v = v_0 + a \cdot t$$

$$\rightarrow ds = v_0 dt + a \cdot t dt$$

$$\rightarrow \int_{s_0}^s ds = \int_{t_0=0}^t v_0 dt + \int_{t_0=0}^t a \cdot t dt$$

$$\rightarrow \boxed{s = s_0 + v_0 \cdot t + \frac{1}{2} a t^2} \quad [2-2]$$

Wenn $s_0 = 0$ und $v_0 = 0 \rightarrow s \propto t^2$
↑ proportional

Kombiniere die Gleichungen [2-1] und [2-2]

$$t = \left(\frac{v - v_0}{a} \right) \rightarrow s = s_0 + v_0 \cdot \left(\frac{v - v_0}{a} \right) + \frac{1}{2} a \left(\frac{v - v_0}{a} \right)^2$$

$$\Leftrightarrow s = s_0 + \frac{1}{a} (v_0 \cdot v - v_0^2) + \frac{1}{2a} (v^2 + v_0^2 - 2v_0 \cdot v)$$

$$\Leftrightarrow s - s_0 = -\frac{v_0^2}{a} + \frac{v^2}{2a} + \frac{v_0^2}{2a} = \frac{v^2}{2a} - \frac{v_0^2}{2a}$$

$$\Leftrightarrow \boxed{v^2 = v_0^2 + 2a(s - s_0)} \quad [2-3]$$

t wurde eliminiert

- Eliminiere auf gleiche Art wahlweise a oder v_0 :

$$s - s_0 = \frac{1}{2} (v_0 + v) \cdot t$$

[2-4]

$$\left(\frac{1}{2} (v_0 + v) = \bar{v} \right)$$

$$s - s_0 = v \cdot t - \frac{1}{2} a t^2$$

[2-5]

(Achtung v statt v_0 / a statt a_0)

Die Gleichungen [2-1] bis [2-5] gelten bei konstanter Beschleunigung a !

2.5 Freier Fall

19.10.2010

Wenn man ein Objekt fallen lässt, so wird dieses mit konstanter Beschleunigung g zum Mittelpunkt der Erde hin beschleunigt.

g ist unabhängig von der Masse des Körpers, sofern man Reibung vernachlässigt.

Gemittelt über die Erde:

$$g = 9,81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

(g hängt vom Breitengrad ab (Polabflattung),

Höhe, lokale Schwankung, zusammen $\sim \pm 0,5\%$)

- Galilei: ließ verschieden schwere Objekte vom schiefen Turm von Pisa fallen
- Bewegungsgleichung für den freien Fall (wähle y -Achse als System)

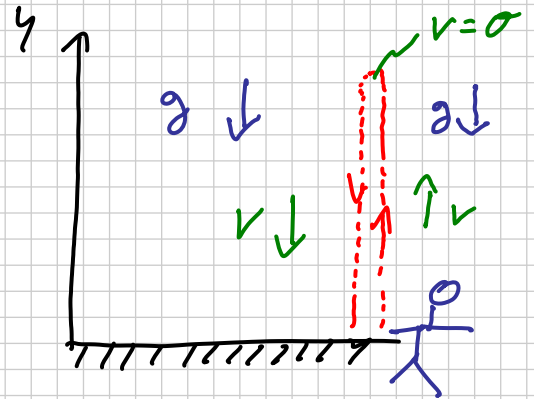
$$\left. \begin{aligned} y(t) &= y_0 + v_0 \cdot t - \frac{1}{2} g t^2 \\ v(t) &= v_0 - g \cdot t \end{aligned} \right\} \begin{array}{l} \text{ohne} \\ \text{Reibung} \end{array}$$

t/s	$v/m/s$	y/m
0	0	0
1	-9,8	-4,9
2	-19,6	-19,6
3	-29,4	-44,1

- Beispiel: Ball hochwerfen mit $v_0 = 15 \frac{m}{s}$

$$t=0: y=0, v=v_0, a=-9,81 \frac{m}{s^2}$$

$$t=t_{max}: y=?, v=0, a=-9,81 \frac{m}{s^2}$$



↙ Gleichung [2-3] $(v^2 = v_0^2 + 2a(s-s_0))$

$$y = \frac{v^2 - v_0^2}{2a} = \frac{(0 \frac{m}{s})^2 - (15 \frac{m}{s})^2}{2 \cdot (-9,81 \frac{m}{s^2})} = 11,5 m$$

- Wie lange ist der Ball in der Luft?
($\rightarrow$ Wann ist $y=0$?)

↙ $t = 0s$

$t = 3,06 s$

3. Bewegung in 2D und 3D

3.1 Vektoren

- Ein Vektor hat eine Länge („Betrag“) und eine Richtung

z.B. Ortsvektor $\vec{r}$, Geschwindigkeit $\vec{v}$, $\vec{a}$

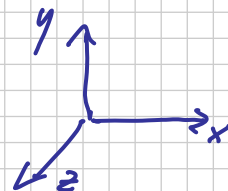
Vektor: $\rightarrow$, $\rightarrow$, $-$

- Skalare haben nur einen Betrag

z.B. Zeit t , Masse m , Temperatur T

- Im Kartesischen Koordinatensystem (x, y, z ; 90° ; rechtshändiges) hat jeder Vektor drei skalare Komponenten

z.B. $\vec{r} = \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}$



- Kugelkoordinaten

- in 2D:

$$x = r \cdot \cos \varphi$$

$$y = r \cdot \sin \varphi$$

$$x^2 + y^2 = r^2$$

- in 3D:

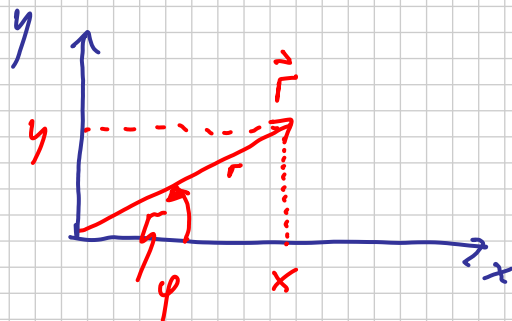
$$x = r \cdot \cos \varphi \cdot \cos \vartheta \quad y = r \cdot \sin \varphi \cdot \cos \vartheta \quad z = r \cdot \sin \vartheta$$

- Rechenregeln für Vektoren

(i) Addition, Subtraktion, Multiplikation mit Skalar

↘ Komponenteweise

z.B. $\vec{a} - \vec{b} = \begin{pmatrix} a_x \\ a_y \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} b_x \\ b_y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a_x - b_x \\ a_y - b_y \end{pmatrix}$



(ii) Skalarprodukt

z.B. $\vec{a} \cdot \vec{b} = a \cdot b \cdot \cos \Phi$ ← Länge von $\vec{a} \equiv |\vec{a}|$ ← $\angle(\vec{a}, \vec{b})$

$$= a_x \cdot b_x + a_y \cdot b_y + a_z \cdot b_z$$

$$\Phi = 90^\circ \rightarrow \vec{a} \cdot \vec{b} = 0$$

(iii) Vektorprodukt

z.B. $\vec{c} = \vec{a} \times \vec{b} \hat{=} \text{Vektor}$

$$|\vec{c}| = |\vec{a}| \cdot |\vec{b}| \cdot \sin \Phi$$

$$\vec{a} \times \vec{b} = \begin{pmatrix} a_y b_z - b_y \cdot a_z \\ a_z b_x - b_z a_x \\ a_x b_y - b_x a_y \end{pmatrix}$$

$$\vec{a} \times \vec{b} = -\vec{b} \times \vec{a}$$

$$\Phi = 0^\circ \rightarrow \vec{c} = \vec{0}$$

$$\Phi = 90^\circ \rightarrow |\vec{c}| = \text{maximal}$$

• Wichtige griechische Buchstaben

Alpha	α	A
Beta	β	B
Gamma	γ	Γ
Delta	δ	Δ
Theta	ϑ, θ	Θ
Lambda	λ	Λ
Phi	φ, ϕ	Φ

3.2 Wurf bewegung

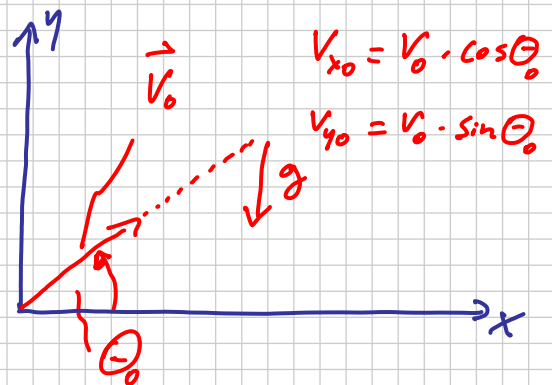
Die Bewegungsgleichungen in 2D/3D entsprechen den Gleichungen im 1D Fall, jetzt aber für jede Komponente.

$$\vec{V} = \vec{V}_0 + \vec{a} \cdot t$$

$$\vec{S} = \frac{1}{2} \vec{a} \cdot t^2 + \vec{V}_0 \cdot t + \vec{S}_0$$

$$V^2 = V_0^2 + 2\vec{a} \cdot (\vec{S} - \vec{S}_0)$$

- Wurf, „schräger Wurf“



- (i) Horizontale Bewegung (keine Beschleunigung)

$$x = x_0 + V_{x0} \cdot t = x_0 + V_0 \cdot \cos \theta_0 \cdot t$$

[3-1]

- (ii) Vertikale Bewegung

$$\begin{aligned} y &= y_0 + V_{y0} \cdot t - \frac{1}{2} g t^2 \\ &= y_0 + V_0 \cdot \sin \theta_0 \cdot t - \frac{1}{2} g t^2 \end{aligned}$$

[3-2]

$$v_y = v_0 \cdot \sin \Theta_0 - g t \quad \text{oder auch} \quad v_y^2 = (v_0 \cdot \sin \Theta_0)^2 - 2g(y - y_0)$$

Wenn $v_y = 0$ $\rightarrow$ maximale Höhe erreicht

- Die Bahngleichung oder Trajektorie $y(x)$

setze $x_0 = 0$ $\rightarrow$ aus [3-1]: $t = \frac{x}{v_0 \cdot \cos \Theta_0}$

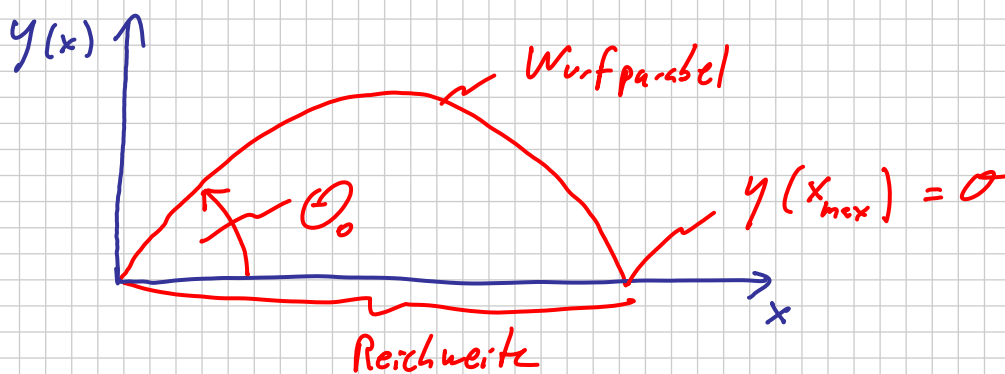
einsetzen in [3-2] mit $y_0 = 0$

$$\rightarrow y(x) = \frac{\cancel{v_0} \cdot \sin \Theta_0 \cdot x}{\cancel{v_0} \cdot \cos \Theta_0} - \frac{g \cdot x^2}{2 \cdot (v_0 \cdot \cos \Theta_0)^2}$$

$$\Leftrightarrow \boxed{y(x) = \tan \Theta_0 \cdot x - \frac{g}{2 \cdot (v_0 \cdot \cos \Theta_0)^2} \cdot x^2} \quad [3-3]$$

$$= A \cdot x - B \cdot x^2 \quad \text{Parabel} \quad \wedge$$

Beispiel: Wie erreicht man die größte Reichweite bei einem Fußballschuss (Reibung vernachlässigt)?



Setze $y(x) = 0$ in Gleichung [3-3]

$$\rightarrow 0 \stackrel{!}{=} \tan \Theta_0 \cdot x_{\max} - \frac{g \cdot x_{\max}^2}{2 \cdot v_0^2 \cdot \cos^2 \Theta_0}$$

Lösung 1: $x_{\max} = 0$

Lösung 2:

$$X_{\max} = \frac{\sin \Theta_0}{\cos \Theta_0} \cdot \frac{1}{g} \cdot 2 \cdot v_0^2 \cdot \cos^2 \Theta_0 = \frac{2 \cdot v_0^2}{g} \cdot \sin \Theta_0 \cdot \cos \Theta_0$$

mit $2 \cdot \sin \alpha \cdot \cos \alpha = \sin 2\alpha$

$$\hookrightarrow X_{\max} = \frac{v_0^2}{g} \cdot \sin 2\Theta_0$$

$\hookrightarrow$ maximale Reichweite bei $\Theta_0 = 45^\circ$

(mit Luftwiderstand eher $< 45^\circ$)

v_0 geht quadratisch ein

3.3 Relativbewegungen

20.10.2010

Bewegungen erfolgen immer relativ zu einem Bezugssystem.

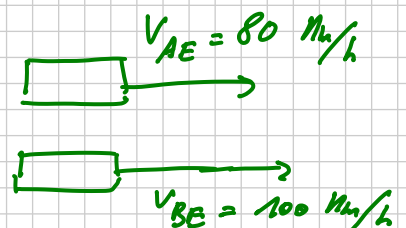
V_{AE} := Geschwindigkeit von A relativ zur Erde

V_{BE} := " " von B " " " "

V_{EB} := Geschwindigkeit der Erde relativ zu B
 $= -V_{BE}$

$$V_{AB} = V_{AE} - V_{BE} = V_{AE} + V_{EB}$$
$$= -V_{BA}$$

3D: $\vec{V}_{AB} = \vec{V}_{AE} - \vec{V}_{BE}$



$$V_{BA} = -(80 \text{ km/h} - 100 \text{ km/h})$$
$$= +20 \text{ km/h}$$