Experimentalphysik I
Universität zu Köln, Wintersemester 2010/2011
Prof. Dr. Andreas Zilges/ Dr. K.O. Zell/ J. Endres/ A. Sauerwein

Übungsblatt 13 - Lösungsvorschlag

13.1 Es gilt

$$W = \int_{V_0}^{V_1} p dV = p\Delta V \tag{1}$$

da der Druck p konstant bleibt. Somit folgt:

$$W = 3,95\,\mathrm{kJ} \tag{2}$$

13.2 a) Die verrichtete Arbeit ist geringer als der Betrag der entzogenen Wärme. Somit nimmt die innere Energie ab.
Nach dem ersten Hauptsatz gilt:

$$\Delta U = \Delta Q - \Delta W = -43\,\mathrm{kJ}. \tag{3}$$

b) Die Änderung der Temperatur wird beschreiben durch:

$$\Delta T = \frac{\Delta U}{Cm} \tag{4}$$

Somit ergibt sich für die neue Temperatur:

$$T = T_0 + \Delta T = T_0 + \frac{\Delta U}{Cm} = 77,95\,^\circ\mathrm{C} \tag{5}$$

13.3 Die erforderliche Wärmemenge um eine Flüssigkeit um die Temperatur ΔT zu erhöhen ist:

$$W = Cm\Delta T \tag{6}$$

Bei einem inelastischen Stoß wird beim Auftreffen die gesamte kinetische Energie in Wärmeenergie umgesetzt. Die kinetische Energie entspricht wiederum der anfänglichen potentiellen Energie $W_{pot} = mgh$. Man erhält:

$$W = W_{pot} \tag{7}$$

und somit:

$$h = \frac{C\Delta T}{g} = 427,12\,\mathrm{m} \tag{8}$$

13.4 a) Aus der allgemeinen Gasgleichung folgt:

$$V_0 = \frac{nRT_0}{p_0} = 2,24\,\mathrm{l} \tag{9}$$

Da es sich um eine adiabatische Expansion handelt, gilt wiederum:

$$p_0 V_0^\gamma = p_1 V_1^\gamma \tag{10}$$

und somit:

$$V_1 = \left(\frac{p_0}{p_1}\right)^{\frac{1}{\gamma}} V_0 = 5,89\,\mathrm{l} \tag{11}$$

b) Wiederum aus der allgemeinen Gasgleichung folgt:

$$T_1 = T_0 \frac{p_1 V_1}{p_0 V_0} = 143,49\,\mathrm{K} = -129,66\,^\circ\mathrm{C} \tag{12}$$

c) Die vom Gas verrichtete Arbeit wird beschrieben durch

$$W = \int_{V_0}^{V_1} p dV = p_0 V_0^\gamma \int_{V_0}^{V_1} V^{-\gamma} dV \tag{13}$$

und somit gilt:

$$W = \frac{p_0 V_0^\gamma}{1-\gamma}(V_1^{1-\gamma} - V_0^{1-\gamma}) = 1617,12\,\mathrm{J} \tag{14}$$

Das Gas muss daher $1617,12\,\mathrm{J}$ aufwenden.

13.5 Bei der adiabatischen Kompression gilt:

$$p_0 V_0^\gamma = p_1 V_1^\gamma \tag{15}$$

Weiterhin gilt die allgemeine Gasgleichung und durch Umstellen nach p_i und Einsetzen in die obere Gleichung folgt:

$$T_0 V_0^{\gamma-1} = T_1 V_1^{\gamma-1} \tag{16}$$

Der Adiabatenexponent γ wird beschrieben durch:

$$\gamma = \frac{C_p}{C_v} = \frac{C_V + R}{C_V} = 1 + \frac{R}{C_V} \tag{17}$$

Daraus folgt mit $C_V = \frac{f}{2}R$ und $f = \{3,5\}$

$$T_1 = T_0 \cdot 2^{\frac{2}{f}} \tag{18}$$

da $V_0/V_1 = 2$. Somit erhält man für $f = 3$

$$T_1 = 465\,\mathrm{K} = 192\,^\circ\mathrm{C} \tag{19}$$

und für $f = 5$

$$T_1 = 387\,\mathrm{K} = 114\,^\circ\mathrm{C}. \tag{20}$$

(13.6)
Die Masse des Wassers beträgt 2 kg. Um seine Temperatur um 15 K abzusenken, muss die Wärme

$$\begin{aligned} Q_1 &= mc\Delta T && (21)\\ &= 2\mathrm{kg}\cdot 4,18\mathrm{kJ}/(\mathrm{kg}\cdot\mathrm{K})\cdot 15\mathrm{K} && (22)\\ &= 125,4\mathrm{kJ} && (23) \end{aligned}$$

abgeführt werden. Die Schmelzwärme von Wasser ist $Q_s = 333,5\mathrm{kJ/kg}$. Damit ist zum Gefrieren der zwei Kilogramm Wasser die Wärme $Q_2 = 667\mathrm{kJ}$ abzuführen. Insgesamt muss also

$$\begin{aligned} Q_k &= Q_1 + Q_2 && (24)\\ &= 125,4\mathrm{kJ} + 667\mathrm{kJ} && (25)\\ &= 792,4\mathrm{kJ} && (26) \end{aligned}$$

abgegeben werden. Dafür ist die Arbeit

$$\begin{aligned} W &= \frac{Q_k}{c_L} && (27)\\ &= \frac{792,4\mathrm{kJ}}{4,0} && (28)\\ &= 198,1\mathrm{kJ} && (29) \end{aligned}$$

erforderlich.

(13.7)
a) Der Carnot-Wirkungsgrad bei den gegebenen Temperaturen ist

$$\begin{aligned} \epsilon_C &= 1 - \frac{T_k}{T_w} && (30)\\ &= 1 - \frac{250\mathrm{K}}{350\mathrm{K}} && (31)\\ &= 0,29 && (32) \end{aligned}$$

Pro Zyklus gibt die Wärmekraftmaschine demnach $|Q_k| = 142,9\mathrm{J}$ an das kalte Reservoir ab.
b) Die Entropieänderung des warmen Reservoirs, das die Wärmemenge Q_w abgibt, ist

$$\begin{aligned} \Delta S_{350} &= -\frac{|Q_w|}{T_w} && (33)\\ &= -\frac{200\mathrm{J}}{350\mathrm{K}} && (34)\\ &= -0,571\mathrm{J/K} && (35) \end{aligned}$$

Die Entropieänderung des kalten Reservoirs, das die Wärmemenge Q_w aufnimmt, ist

$$\begin{aligned} \Delta S_{250} &= \frac{|Q_k|}{T_k} && (36)\\ &= \frac{142,9\mathrm{J}}{250\mathrm{K}} && (37)\\ &= +0,571\mathrm{J/K} && (38) \end{aligned}$$