Übungsblatt 11 - Lösungsvorschlag

11.1 Nach dem ersten Hauptsatz der Thermodynamik gilt:

$$Q = W + U \tag{1}$$

und somit $U = Q - W = 3,5\,\mathrm{MJ}$.

11.2 a) Es gilt die Barometrische Höhenformel:

$$p(h) = p_0 e^{-\frac{h}{H}} \tag{2}$$

mit $H = \frac{p_0}{\rho_0 g} = 8327,58\,\mathrm{m}$. Damit erhält man für die Höhe:

$$h = H \ln\left(\frac{p_0}{p}\right) = 57,63\,\mathrm{km} \tag{3}$$

b) Aus der Barometrischen Höhenformel ergibt sich $p = 0,62\,\mathrm{Pa}$
c) Die Dichte ist:

$$\rho = \frac{m}{V} \tag{4}$$

Die Masse lässt sich beschreiben durch

$$m = n \cdot M \tag{5}$$

wobei $M = 28\,\mathrm{g/mol}$. Aus der allgemeinen Gasgleichung folgt:

$$V = \frac{nRT}{p} \tag{6}$$

Somit folgt:

$$\rho = \frac{Mp}{RT} = 8,31 \cdot 10^{-6}\,\mathrm{kg/m^3} \tag{7}$$

11.3 Die erforderliche Wärmemenge um eine Flüssigkeit um die Temperatur ΔT zu erhöhen ist:

$$W = Cm\Delta T \tag{8}$$

Bei einem inelastischen Stoß wird beim Auftreffen die gesamte kinetische Energie in Wärmeenergie umgesetzt. Die kinetische Energie entspricht wiederum der anfänglichen potentiellen Energie $W_{pot} = mgh$. Man erhält:

$$W = W_{pot} \tag{9}$$

und somit:

$$h = \frac{C\Delta T}{g} = 427,12\,\mathrm{m} \tag{10}$$

11.4 a) Die verrichtete Arbeit ist geringer als der Betrag der entzogenen Wärme. Somit nimmt die innere Energie ab.
Nach dem ersten Hauptsatz gilt:

$$\Delta U = \Delta Q - \Delta W = -43\,\mathrm{kJ}. \tag{11}$$

b) Die Änderung der Temperatur wird beschreiben durch:

$$\Delta T = \frac{\Delta U}{Cm} \tag{12}$$

Somit ergibt sich für die neue Temperatur:

$$T = T_0 + \Delta T = T_0 + \frac{\Delta U}{Cm} = 77,95\,^{\circ}\mathrm{C} \tag{13}$$

11.5 Es gilt

$$W = \int_{V_0}^{V_1} pdV = p\Delta V \tag{14}$$

da der Druck p konstant bleibt. Somit folgt:

$$W = 3,95\,\mathrm{kJ} \tag{15}$$

11.6 Bei der adiabatischen Kompression gilt:

$$p_0 V_0^{\gamma} = p_1 V_1^{\gamma} \tag{16}$$

Weiterhin gilt die allgemeine Gasgleichung und durch Umstellen nach p_i und Einsetzen in die obere Gleichung folgt:

$$T_0 V_0^{\gamma-1} = T_1 V_1^{\gamma-1} \tag{17}$$

Der Adiabatenexponent γ wird beschrieben durch:

$$\gamma = \frac{C_p}{C_v} = \frac{C_V + R}{C_V} = 1 + \frac{R}{C_V} \tag{18}$$

Daraus folgt mit $C_V = \frac{f}{2}R$ und $f = \{3, 5\}$

$$T_1 = T_0 \cdot 2^{\frac{2}{f}} \tag{19}$$

da $V_0/V_1 = 2$. Somit erhält man für $f = 3$

$$T_1 = 465\,\mathrm{K} = 192\,^{\circ}\mathrm{C} \tag{20}$$

und für $f = 5$

$$T_1 = 387\,\mathrm{K} = 114\,^{\circ}\mathrm{C}. \tag{21}$$

11.7 a) Aus der allgemeinen Gasgleichung folgt:

$$V_0 = \frac{nRT_0}{p_0} = 2,24\,\mathrm{l} \tag{22}$$

Da es sich um eine adiabatische Expansion handelt, gilt wiederum:

$$p_0 V_0^\gamma = p_1 V_1^\gamma \tag{23}$$

und somit:

$$V_1 = \left(\frac{p_0}{p_1}\right)^{\frac{1}{\gamma}} V_0 = 5,89\,\mathrm{l} \tag{24}$$

b) Wiederum aus der allgemeinen Gasgleichung folgt:

$$T_1 = T_0 \frac{p_1 V_1}{p_0 V_0} = 143,49\,\mathrm{K} = -129,66\,^\circ\mathrm{C} \tag{25}$$

c) Die vom Gas verrichtete Arbeit wird beschrieben durch

$$W = \int_{V_0}^{V_1} p dV = p_0 V_0^\gamma \int_{V_0}^{V_1} V^{-\gamma} dV \tag{26}$$

und somit gilt:

$$W = \frac{p_0 V_0^\gamma}{1-\gamma}(V_1^{1-\gamma} - V_0^{1-\gamma}) = 1617,12\,\mathrm{J} \tag{27}$$

Das Gas muss daher $1617,12\,\mathrm{J}$ aufwenden.

11.8 a) Da isotherm komprimiert wird gilt:

$$pV = p_0 V_0 \tag{28}$$

Somit gilt für die benötigte Arbeit:

$$W = \int_{V_0}^{V_1} p dV = \int_{V_0}^{V_1} \frac{p_0 V_0}{V} dV = p_0 V_0 \ln\left(\frac{V_1}{V_0}\right) \tag{29}$$

und mit Hilfe von Gleichung 28 und der allgemeinen Gasgleichung folgt:

$$W = nRT_0 \ln\left(\frac{p_0}{p_1}\right) = -3,15\,\mathrm{kJ} \tag{30}$$

Es müssen also von außen $3,15\,\mathrm{kJ}$ mechanische Arbeit aufgewendet werden.
b) Da $\Delta U = 0$ ($\Delta T = 0$), gilt: $Q = |W| = 3,15\,\mathrm{kJ}$

11.9 a) Da sich das Volumen nicht ändert, gilt:

$$W = 0. \tag{31}$$

b) Es gilt Gleichung 14 und somit:

$$W = p\Delta V = 405\,\mathrm{J} \tag{32}$$

1 Pkt.